
SEL0417 - Fundamentos de Controle

Resposta Completa do Sistema

Propriedades de Sistemas Lineares

- Seja o sistema:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0, u(0) = 0, \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (2)$$

Sua solução é dada por:

$$x(t) = Ce^{At}x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \quad (3)$$

Propriedades de Sistemas Lineares

- Portanto, a expressão da saída do sistema será:

$$y(t) = \underbrace{Ce^{At}x_0}_{\substack{\uparrow \\ \text{Resposta à condição} \\ \text{inicial}}} + \underbrace{\int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau}_{\substack{\uparrow \\ \text{Influência da entrada} \\ \text{na dinâmica do estado}}} + \underbrace{Du(t)}_{\substack{\downarrow \\ \text{Influência da entrada} \\ \text{diretamente na saída}}}$$

Propriedades de Sistemas Lineares

- Para provar que a expressão (3) é solução do sistema, basta substituir em (1).

$$\dot{x} = Ae^{At}x_0 + Ae^{At} \int_0^t e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau + e^{At} \left[e^{-At} Bu(\tau) \Big|_0^t \right]$$

$$\dot{x} = A \left[e^{At}x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau \right] + e^{At} e^{-At} Bu(t)$$

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t)$$