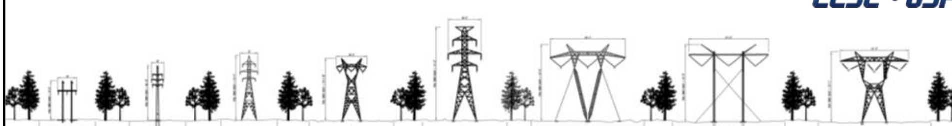
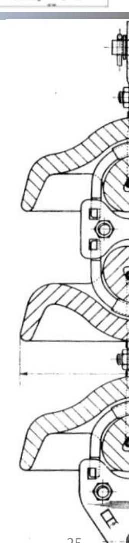
# SEL0365 – Linhas de Transmissão de Energia Elétrica

Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação
Escola de Engenharia de São Carlos
Universidade de São Paulo
Prof. Rogério Andrade Flauzino





SEL0365 – Linhas de Transmissão de Energia Elétrica
Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação
Escola de Engenharia de São Carlos
Universidade de São Paulo
Prof. Rogério Andrade Flauzino

## CAPÍTULO 1
## PARÂMETROS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

25

EESC • USP

# Indutância Série

- O fluxo de corrente elétrica por um condutor produz um fluxo magnético concêntrico em torno do condutor.
- Se o fluxo possuir uma variação temporal uma tensão entre os terminais do condutor será induzida.
- Em outra palavras, existirá uma indutância associada ao condutor.
- Por definição, a indutância pode ser determinada pela razão do fluxo concatenado pela corrente elétrica.

Indutância [H]

$$L = \frac{\lambda}{i}$$

Fluxo concatenado [W.espira]

Corrente [A]

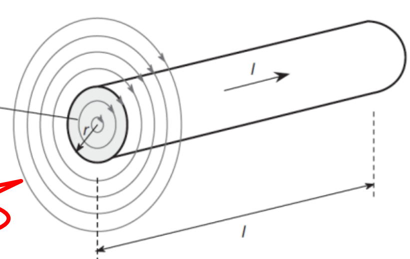
51

EESC • USP

# Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
  - Considerando um condutor sólido, circular com raio *r* e transportando uma corrente *I* como ilustrado abaixo.
  - Se o condutor é constituído de material não magnético e a corrente se encontra uniformemente distribuída pela seção transversal do condutor, ou seja, não há efeito pelicular, o fluxo magnético interno e externo ao condutor possuirão linhas de campo concêntricas ao condutor com direção definida pela regra da mão direita.

Fluxo interno




Fluxo externo

52

# Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
  - Dessa forma pode-se calcular a indutância decorrente do fluxo interno e do fluxo externo ao condutor.



EESC • USP

# Indutância Série

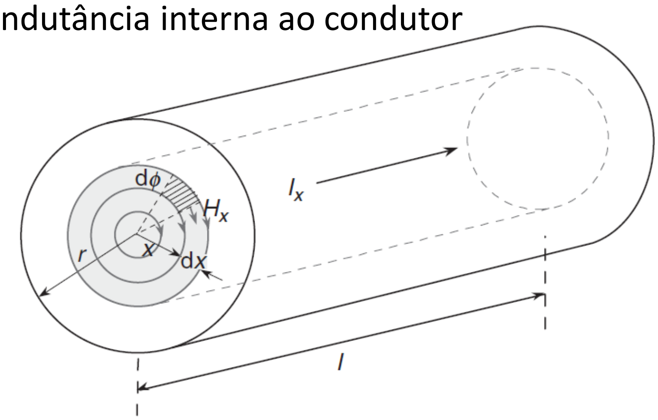
- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
  - Indutância interna ao condutor
    - Para se obter a indutância interna ao condutor será determinado o campo magnético para um raio *x* dentro do condutor e para isso é preciso conhecer a fração da corrente para o referido raio.

$$I_x = I \frac{\pi x^2}{\pi r^2}$$

EESC • USP

# Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
  - Indutância interna ao condutor




55

EESC • USP

# Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
  - Indutância interna ao condutor
    - Pela circuital de Ampére, tem-se:

$$H_x = \frac{I_x}{2\pi x} = \frac{I}{2\pi r^2} x \ (\mathrm{A/m})$$

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{Ix}{r^2}\right) \ (\mathrm{T})$$

56

EESC • USP

57

EESC • USP

# Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
  - Indutância interna ao condutor
    - Para materiais não magnéticos a seguinte aproximação pode ser adotada:

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

    - O diferencial de fluxo englobado por um anel de espessura *dx* e 1 metro de comprimento será:

$$\mathrm{d}\phi = B_x \, \mathrm{d}x = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{Ix}{r^2}\right) \mathrm{d}x \text{ (Wb/m)}$$

# Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
  - Indutância interna ao condutor
    - O diferencial de fluxo contatenado corresponderá a uma parcela do fluxo pois, o fluxo incremental se concatena enlaça) apenas com uma fração da corrente i. Logo:

$$d\lambda = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{Ix^3}{r^4}\right) dx \text{ (Wb/m)}$$



# Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
  - Integrando

$$\lambda_{\text{int}} = \int_0^r d\lambda = \frac{\mu_0}{8\pi} I \text{ (Wb/m)}$$

  - Indutância interna ao condutor

$$L_{\text{int}} = \frac{\lambda_{\text{int}}}{I} = \frac{\mu_0}{8\pi} \text{ (H/m)}$$

EESC • USP

# Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
  - Indutância externa ao condutor
    - A indutância externa é calculada assumindo que a corrente está concentrada totalmente na superfície do condutor.

$$H_y = \frac{I}{2\pi y} \ (\mathrm{A/m})$$

$$B_y = \mu H_y = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{y} \ (\mathrm{T})$$

61

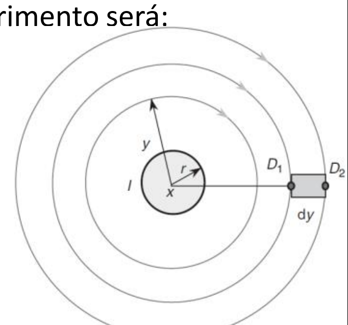
EESC • USP

# Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
  - Indutância externa ao condutor
    - O diferencial de fluxo englobado por um anel de espessura *dy* e 1 metro de comprimento será:

$$\mathrm{d}\phi = B_y\,\mathrm{d}y = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{y}\,\mathrm{d}y \ (\mathrm{Wb/m})$$

$$\mathrm{d}\lambda = \mathrm{d}\phi = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{y}\,\mathrm{d}y \ (\mathrm{Wb/m})$$



# Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
  - Indutância externa ao condutor
    - O fluxo externo total será obtido integrando o fluxo concatenado entre D1 e D2

$$\lambda_{1-2} = \int_{D_1}^{D_2} \mathrm{d}\lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} I \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mathrm{d}y}{y} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_1}{D_2}\right) \text{ (Wb/m)}$$

63

# Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
  - Indutância externa ao condutor
    - O fluxo externo total entre a superfície do condutor e um ponto D será:

$$\lambda_{\text{ext}} = \int_{r}^{D} \mathrm{d}\lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D}{r}\right) \text{ (Wb/m)}$$

64

EESC • USP

# Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
  - Indutância total

$$\lambda_{\text{intl}} + \lambda_{\text{ext}} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \left[\frac{1}{4} + \ln\left(\frac{D}{r}\right)\right] = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D}{e^{-1/4} r}\right) \ (\text{Wb/m})$$

$$L_{\text{tot}} = \frac{\lambda_{\text{int}} + \lambda_{\text{ext}}}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D}{\text{GMR}}\right) \ (\text{H/m})$$

GMR Raio Médio Geométrico

$$e^{-1/4} r = 0.7788 r$$

65

EESC • USP

| ding Steel | Diameter: Conductor (mm) | Diameter: Core (mm) | Layers | Approx. Current-Carrying Capacity (Amperes) | Resistance (mΩ/km): DC 25°C | Resistance (mΩ/km): AC (60 Hz) 25°C | Resistance (mΩ/km): AC (60 Hz) 50°C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8/1 | 16.46 | 3.48 | 2 | 530 | 173.0 | 173.1 | 190.1 |

66

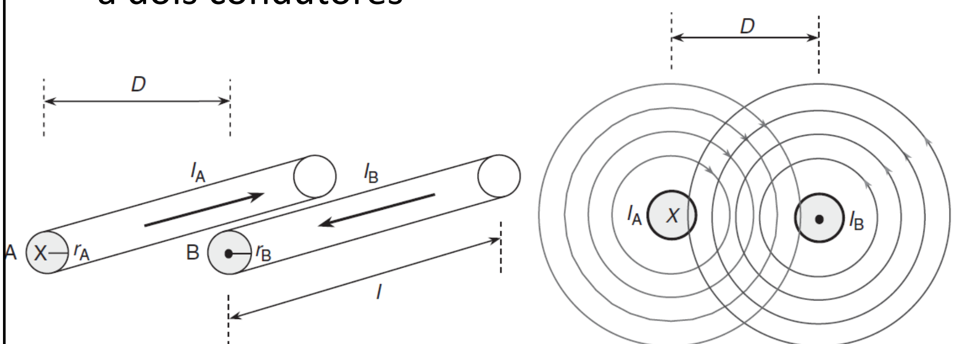
# Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
  - Indutância total
    - GMR = (geometric mean radius)
    - GMR pode ser considerado como sendo o raio do condutor fictício que não possui fluxo interno mas possui a mesma indutância do condutor de raior *r*.

EESC • USP

# Indutância Série

- Indutância associada a uma linha monofásica a dois condutores

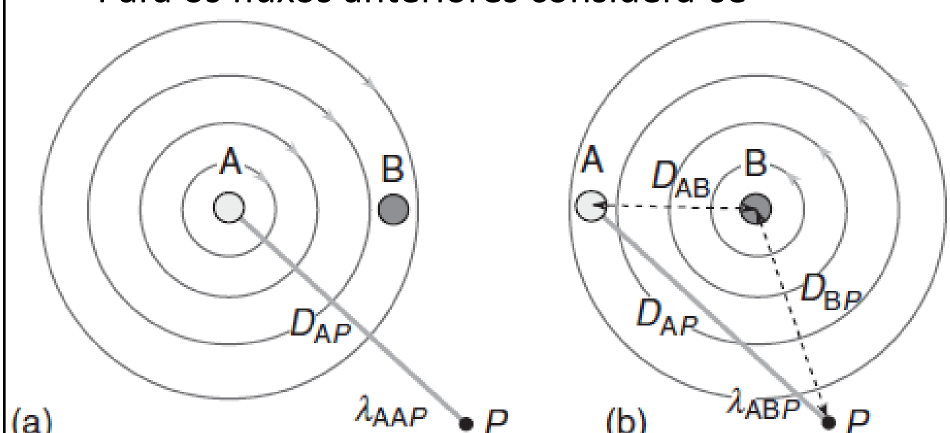



69

EESC • USP

# Indutância Série

- Para os fluxos anteriores considera-se




70

## Indutância Série

- Nessa condições, o fluxo concatenado pelos condutores A e B em um ponto P, será:

$$\lambda_{AP} = \lambda_{AAP} + \lambda_{ABP}$$

$$\lambda_{BP} = \lambda_{BBP} + \lambda_{BAP}$$

- Ou seja, em um ponto *P* o fluxo concatenado pelo conduto *A*, por exemplo, terá a parcela do fluxo decorrente do condutor *A* e a parcela decorrente do condutor *B*.
- O mesmo de aplica ao fluxo concatenado pelo condutor *B* em um ponto *P*.

71

## Indutância Série

- O Fluxo concatenado pelo condutor A será:
  - $\lambda_{AP} = \lambda_{AAP} + \lambda_{ABP}$
    - $\lambda_{AP}$ é o fluxo total concatenado desde o condutor A até o ponto P;
    - $\lambda_{AAP}$ é o fluxo concatenado desde o condutor A até o ponto P decorrente da corrente que circula por A;
    - $\lambda_{ABP}$ é o fluxo concatenado desde o condutor A até o ponto P decorrente da corrente que circula por B;

72

EESC • USP

# Indutância Série

- O Fluxo concatenado pelo condutor A será:
  - $\lambda_{AP} = \lambda_{AAP} + \lambda_{ABP}$
    - $\lambda_{AAP}$ pode ser determinado da seguinte forma:
      - $\lambda_{AAP} = \frac{\mu_0}{2\pi} I_A \ln\left(\frac{D_{AP}}{r'_A}\right)$
    - $\lambda_{ABP}$ pode ser determinado da seguinte forma:
      - $\lambda_{ABP} + \lambda_{PBB} + \lambda_{BBA} = 0$
      - $\lambda_{ABP} - \lambda_{BBP} + \lambda_{BBA} = 0$
      - $\lambda_{ABP} = \lambda_{BBP} - \lambda_{BBA}$
      - $\lambda_{ABP} = \frac{\mu_0}{2\pi} I_B \ln\left(\frac{D_{BP}}{r'_B}\right) - \frac{\mu_0}{2\pi} I_B \ln\left(\frac{D_{BA}}{r'_B}\right)$
      - $\lambda_{ABP} = \frac{\mu_0}{2\pi} I_B \left(\ln\left(\frac{D_{BP}}{r'_B}\right) - \ln\left(\frac{D_{BA}}{r'_B}\right)\right) = \frac{\mu_0}{2\pi} I_B \ln\left(\frac{D_{BP}}{D_{BA}}\right)$

73

EESC • USP

# Indutância Série

- O Fluxo concatenado pelo condutor A será:
  - $\lambda_{AP} = \lambda_{AAP} + \lambda_{ABP}$
  - $\lambda_{AP} = \frac{\mu_0}{2\pi} I_A \ln\left(\frac{D_{AP}}{r'_A}\right) + \frac{\mu_0}{2\pi} I_B \ln\left(\frac{D_{BP}}{D_{BA}}\right)$
- Da mesma forma:
  - $\lambda_{BP} = \lambda_{BAP} + \lambda_{BBP}$
  - $\lambda_{BP} = -\frac{\mu_0}{2\pi} I_A \ln\left(\frac{D_{AP}}{D_{AB}}\right) - \frac{\mu_0}{2\pi} I_B \ln\left(\frac{D_{BP}}{r'_B}\right)$

74

EESC • USP

# Indutância Série

- Se $I_A = -I_B = I, r'_A = r'_B = r'$ e fazendo o ponto $P \rightarrow \infty$, tem-se:
  - $\lambda_{AP} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_{AP}}{r'}\right) - \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_{BP}}{D_{BA}}\right)$
  - $\lambda_{AP} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_{AP}}{r'} \frac{D_{BA}}{D_{BP}}\right) = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_{BA}}{r'}\right)$
  - $\lambda_{BP} = -\frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_{AP}}{D_{AB}}\right) + \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_{BP}}{r'_B}\right)$
  - $\lambda_{BP} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_{AB}}{D_{AP}} \frac{D_{BP}}{r'_B}\right) = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_{AB}}{r'}\right)$

75

EESC • USP

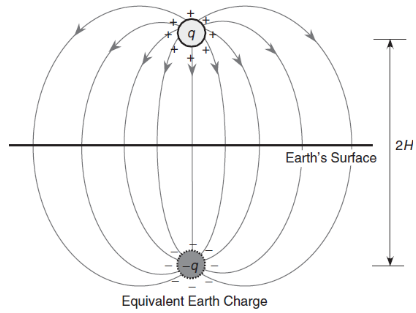
# Indutância Série

- Assim, o fluxo total será dado por:
  - $\lambda = \lambda_{AP} + \lambda_{BP}$
  - $\lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_{BA}}{r'}\right) + \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_{AB}}{r'}\right)$
  - $\lambda = \frac{\mu_0}{\pi} I \ln\left(\frac{D_{BA}}{r'}\right)$
- Indutância do sistema:
  - $L = \frac{\lambda}{I} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{D_{AB}}{r'}\right)$

76

# Indutância Série

- Esse desenvolvimento pode ser empregado para determinar, considerando-se o método das imagens, a indutância de uma linha condutor a uma altura *h* do solo (Plano de terra)





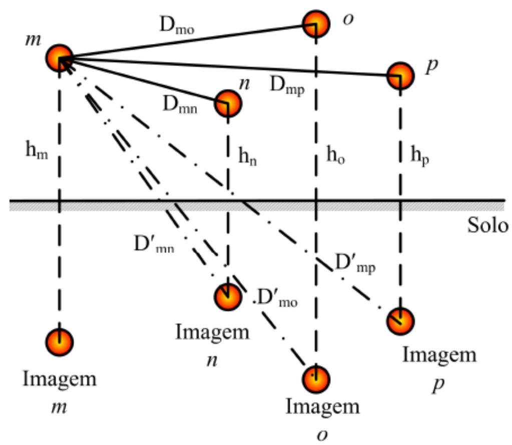

# Indutância Série

- Assim, a indutância própria da linha será:
    - $L_{Ag} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h}{r'_A}\right)$
- Indutância própria de condutor sobre solo.

EESC • USP

# Indutância Série

- Indutâncias de N Condutores sobre o Solo Ideal




79

EESC • USP

# Indutância Série

- $\lambda_{mg} = \lambda_{mm} + \lambda_{mm'} + \lambda_{mn} + \lambda_{mn'} + \cdots + \lambda_{mp} + \lambda_{mp'}$
- $\lambda_{mg} = \frac{\mu_0}{2\pi} I_m \ln\left(\frac{D_{m\infty}}{r'_m}\right) - \frac{\mu_0}{2\pi} I_m \ln\left(\frac{D_{m'\infty}}{D_{mm'}}\right) + \frac{\mu_0}{2\pi} I_n \ln\left(\frac{D_{n\infty}}{D_{mn}}\right) - \frac{\mu_0}{2\pi} I_n \ln\left(\frac{D_{n'\infty}}{D_{mn'}}\right) + \cdots + \frac{\mu_0}{2\pi} I_p \ln\left(\frac{D_{p\infty}}{D_{mp}}\right) - \frac{\mu_0}{2\pi} I_p \ln\left(\frac{D_{p'\infty}}{D_{mp'}}\right)$

80

# Indutância Série

- $\lambda_{mg} = \frac{\mu_0}{2\pi} I_m \ln\left(\frac{2h_m}{r'_m}\right) + \frac{\mu_0}{2\pi} I_n \ln\left(\frac{D_{mn'}}{D_{mn}}\right) + \cdots + \frac{\mu_0}{2\pi} I_p \ln\left(\frac{D_{mp'}}{D_{mp}}\right)$



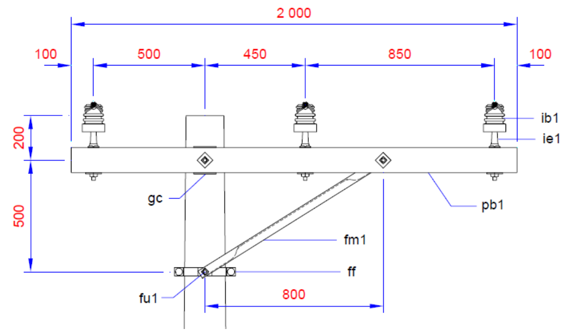
# Indutância Série

- Indutâncias de N Condutores sobre o Solo Ideal

$$\begin{bmatrix} \lambda_m \\ \lambda_n \\ \lambda_o \\ \lambda_p \\ \vdots \end{bmatrix} = 2 \times 10^{-7} \begin{bmatrix} \log \frac{2\,h_m}{r'_m} & \log \frac{D'_{mn}}{D_{mn}} & \log \frac{D'_{mo}}{D_{mo}} & \log \frac{D'_{mp}}{D_{mp}} & \cdots \\ \log \frac{D'_{mn}}{D_{mn}} & \log \frac{2\,h_n}{r'_n} & \log \frac{D'_{no}}{D_{no}} & \log \frac{D'_{np}}{D_{np}} & \cdots \\ \log \frac{D'_{mn}}{D_{mn}} & \log \frac{D'_{no}}{D_{no}} & \log \frac{2\,h_o}{r'_o} & \log \frac{D'_{op}}{D_{op}} & \cdots \\ \log \frac{D'_{mn}}{D_{mn}} & \log \frac{D'_{no}}{D_{no}} & \log \frac{D'_{op}}{D_{op}} & \log \frac{2\,h_p}{r'_p} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_m \\ I_n \\ I_o \\ I_p \\ \vdots \end{bmatrix}$$

# Exemplo

- Calcular os parâmetros série de uma linha de distribuição com altura média de instalação de 10 m.
- Cabo Merlin




| | Cross-Section Area | Aluminum | | | Diameter | | | Approx. Current-Carrying Capacity | Resistance (mΩ/km) | AC (60 Hz) | | | | 60 Hz Reactances (Dm = 1 m) | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Code | Total (mm²) | (kcmil) | (mm²) | Stranding Al/Steel | Conductor (mm) | Core (mm) | Layers | (Amperes) | DC 25°C | 25°C | 50°C | 75°C | GMR (mm) | $X_1$ (Ω/km) | $X_0$ (MΩ/km) |
| Merlin | 180 | 336 | 170 | 18/1 | 16.46 | 3.48 | 2 | 530 | 173.0 | 173.1 | 190.1 | 207.1 | 6.74 | 0.377 | 0.220 |